Winklerovo-Pasternakovo dvouparametrické podloží

Řešení pružné vrstvy, ve Westergardově duchu, se řídí podmínkou rovnováhy ve směru gravitace, směr osy z :

$$j^2 C_1 w_j - C_2 \Delta w_j = (-1)^{\frac{j-1}{2}} f_z + \int_0^{2H} \frac{\sqrt{H}}{2} \rho g \psi_j dz \ . \qquad (1)$$

Výčet použitých symbolů následuje:

$j = 1,3,5,....;$
E_{oed} je oedometrický modul, G je modul pružnosti ve smyku;
Δ je Laplaceův operátor;
f_z je spojité plošné zatížení vrstvy;
H je mocnost vrstvy ;
ρ je objemová hustota zeminy ;
g je tíhové zrychlení.

$$C_1 = \frac{\sqrt{H}.\pi^2}{8H^2} E_{oed} \ , \quad C_2 = \frac{\sqrt{H}}{2} G \ .$$

(2)

Pro výpočty vlivu přitížení uvažujeme podmínku rovnováhy bez vlivu objemových sil:

$$j^2 C_1 w_j - C_2 \Delta w_j = (-1)^{\frac{j-1}{2}} f_z \ . \qquad (3)$$

Parametr C_1 popisuje tlakový odpor vrstvy, C_2 vliv smykového roznášení ve vrstvě. V případě $C_2 = 0$ (obecně nereálné) lze podloží nahradit svislými pružinami. Pro lepší pochopení problému prezentujeme rovnice (3) pro jednotlivé indexy:

$$C_1 w_1 - \frac{C_2}{1} \Delta w_1 = \frac{f_z}{1} \ ,$$

$$C_1 w_3 - \frac{C_2}{9} \Delta w_3 = -\frac{f_z}{9} \ , \qquad (4)$$

$$C_1 w_5 - \frac{C_2}{25} \Delta w_5 = \frac{f_z}{25} \ ,$$

$$C_1 w_7 - \frac{C_2}{49} \Delta w_7 = -\frac{f_z}{49} \ ,$$

Použijeme-li dostatečný počet členů, které popisují rovnováhu ve vrstvě, můžeme dosáhnout víceméně libovolné přesnosti. Použijeme-li pouze prvý člen, dosáhneme v reálných případech podloží přesnosti zhruba dvacetiprocentní. Při větších tloušťkách chyba narůstá, ale je nutno připomenout, že tloušťka vrstvy je limitována fenoménem strukturní pevnosti či předkonsolidace zeminy.

Ve stavební praxi je značně rozšířen model podloží Winklerův-Pasternakův (Filoněnkův-Borodičův), kdy rovnováha ve svislém směru je popsána identitou

$$C_{1\,WP}\, w - C_{2\,WP}\, \Delta w = f_z \quad . \tag{5}$$

Toto, jak již bylo zmíněno je určité přibližné řešení pružné vrstvy. Kdybychom adoptovali parametry podloží popsané v rovnici (2), dopustili bychom se chyby podhodnocení tlakového odporu zeminy, naopak smykový odpor by byl nadhodnocen. O pravdivosti tohoto tvrzení vypovídají rovnice (4). Proto je vhodné zavést parametry Winklerova-Pasternakova podloží C_{1WP} (tlakový modul) a C_{2WP} (smykový modul), které jsou svázány se řešením pružné vrstvy rovností matice poddajnosti tuhého základového pasu.

Pro Winklerovo-Pasternakovo podloží se matice poddajnosti určí z rovnosti (6):

$$[\mathbf{C}] = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{2\left[\sqrt{C_{1WP}C_{2WP}} + bC_{1WP}\right]} & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{2\left[b^2\sqrt{C_{1WP}C_{2WP}} + bC_{2WP} + \dfrac{b^3}{3}C_{1WP}\right]} \end{bmatrix} . \tag{6}$$

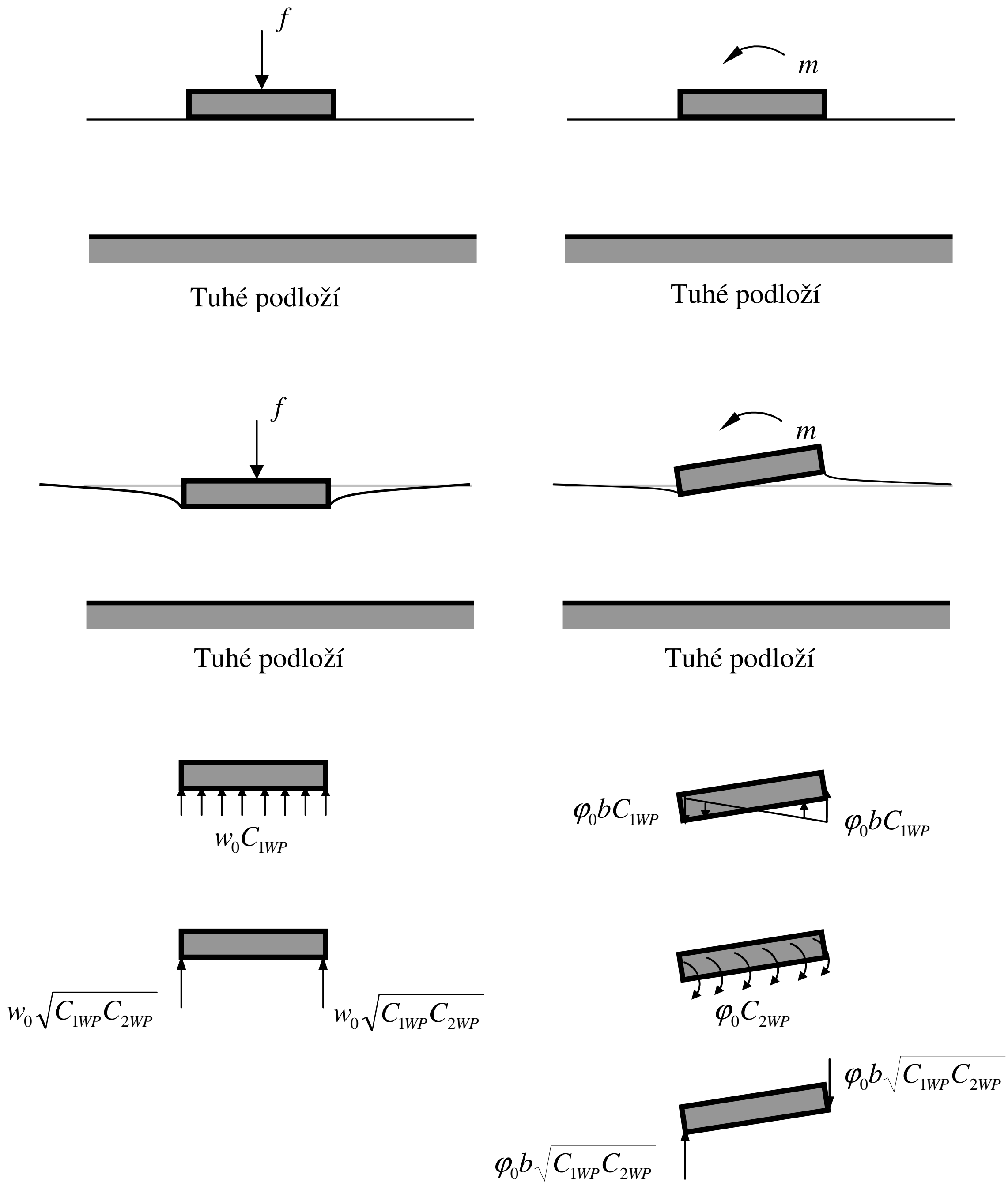
Pro přesnější řešení pružné vrstvy naopak platí identity (7), (8):

$$\begin{aligned} w_O &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f}{2\sqrt{H}\left[(2n+1)\sqrt{C_1C_2} + (2n+1)^2 bC_1\right]} , \\ \varphi_O &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{m}{2\sqrt{H}\left[(2n+1)b^2\sqrt{C_1C_2} + bC_2 + (2n+1)^2 \dfrac{b^3}{3} C_1\right]} . \end{aligned} \tag{7}$$

Matice poddajnosti $[\mathbf{C}]$ v maticové notaci:

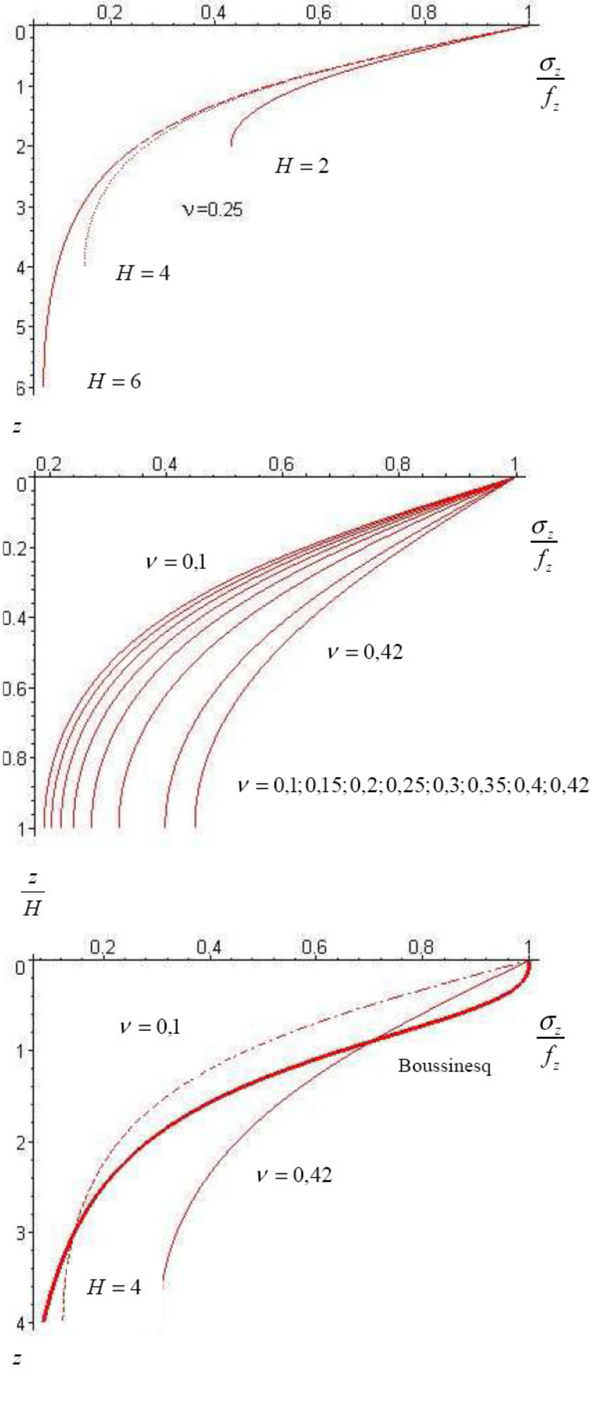
$$\begin{bmatrix} \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2\sqrt{H}\left[(2n+1)\sqrt{C_1C_2} + (2n+1)^2 bC_1\right]} & 0 \\ 0 & \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2\sqrt{H}\left[(2n+1)b^2\sqrt{C_1C_2} + bC_2 + (2n+1)^2 \dfrac{b^3}{3} C_1\right]} \end{bmatrix} . \tag{8}$$

Následující obrázek uvádíme pro lepší pochopení chování Winklerova-Pasternakova modelu podloží a rovnosti (6)



Obr. 1 Reakce dvouparametrického modelu podloží na zatížení základového pasu šířky 2*b*

Vliv hloubky deformační zóny a součinitele příčné kontrakce na průběh svislého napětí v pružné vrstvě přibližuje obrázek 2. V poslední části obrázku je porovnán průběh napětí ve vrstvě a poloprostoru (řešení Boussinesquovo).

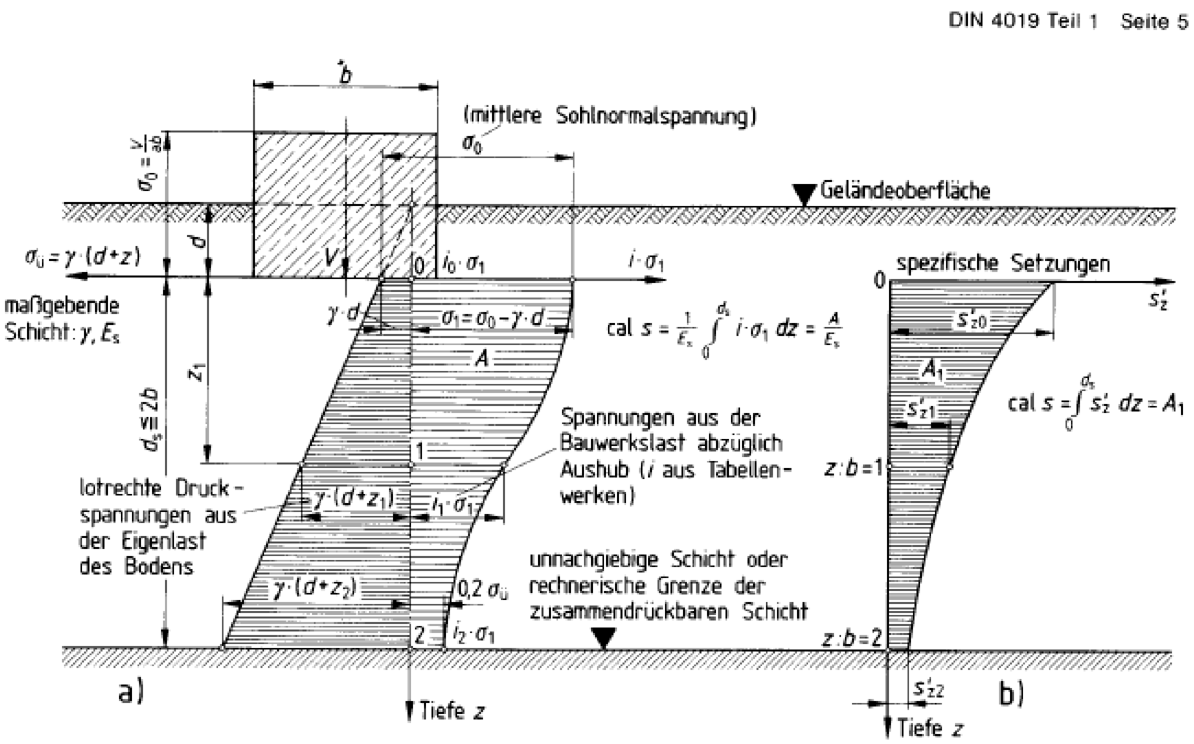


Obr. 2 Průběhy svislého napětí pro různou tloušťku vrstvy a různý Poissonův součinitel

Poznamenáváme, že s rostoucí tloušťkou podloží „měkne“ a blíží se řešení poloprostoru. Průběh napětí u povrchu v případě Boussinesquova řešení upozorňuje na to, že toto řešení bylo odvozeno pro $\nu = 0{,}5$.

V případě, že známe oedometrický E_{oed} a smykový modul G pružné vrstvy a známe, odhadneme, hloubku deformační zóny H, můžeme užitím vztahů (2), (8), dopočíst složky matice poddajnosti nekonečného nekonečně tuhého základového pasu. Parametry Winklerova-Pasternakova modelu podloží jsou dopočteny tak, aby matice poddajnosti pružné vrstvy popsaná rovnostmi (8) a matice poddajnosti nekonečného nekonečně tuhého základového pasu spočívajícího na podloží Winklerově-Pasternakově, identity (6), byly ekvivalentní.

Winklerovo-Pasternakovo podloží je určitým standardem obsaženým ve všech softwareových produktech. Otázka, která se vždy řešila byla, jak odhadnout moduly ložnosti tlakový a smykový. Vzpomenu-li pana prof. Vladimíra Koláře, tak ten zaváděl restrikci, že smykový modul by neměl být větší tlakového. Ve své disertační práci jsem ukázal, že existuje souvislost mezi pružnou vrstvou a dvouparametrickým modelem podloží. Dlouhou dobu se potom odhadovalo, kolik může hloubka deformační zóny být. Tato doporučení jsou prakticky doposud v Eurocodu 7 a říkají, že deformační zóna nepřesáhne trojnásobek menšího rozměru základu. Norma ČSN 73 1001 počítá s určitou souvislostí mezi geostatickým napětím a hloubkou deformační zóny. Protože pro vertikální průběh napětí je použito řešení Boussinesquovo (pružného poloprostoru), které je v přímém rozporu s myšlenkou deformační zóny, zavádí součinetele strukturní pevnosti, které kosmeticky odstraňují rozpor způsobený touto skutečností. Podobným způsobem postupuje i německá norma DIN 4019, ta však má součinitel strukturní pevnosti pouze jeden $m = 0.2$.



Obr. 3 Postup stanovení hloubky deformační dle DIN 4019

Abychom přiblížili předkládané řešení poznatkům obsaženým v normách, doplnili jsme výpočet modulů ložnosti WP podloží o výpočet hodnoty strukturní pevnosti m. Součinitel strukturní pevnosti musí být v každém případě menší $m \leq 1$. Je zřejmé, že vrstva je oproti pružnému poloprostoru výrazně tužší, což se příslušně projeví v průběhu svislého napětí. Hodnota $m = 0{,}2$, jak předepisuje DIN 4019 by byla příliš konzervativní a pro případ vrstvy musí být a je vyšší. Hodně samozřejmě bude záviset i na hloubce výkopu. Vzpomeneme-li pana prof. Koláře, tak ten kdysi doporučoval hodnotu okolo $m = 0{,}5$.

Výpočet součinitele strukturní pevnosti popisují následující kroky. Nejprve vypočteme přitížení základové spáry

$$f_z^* = \left(\frac{f_z^I \left({}^{kN}\!/_{m} \right)}{b} - \gamma h \right).$$

Potom stanovíme napětí v odhadované hloubce H od tohoto přitížení

$$\sigma_z^*(0,H) = \frac{2 f_z^*}{\pi} \operatorname{arctan} \sinh \frac{\alpha}{2} b \;,\quad \alpha = \frac{\pi}{2H} \sqrt{\frac{E_{oed}}{G}} = \frac{\pi}{2H} \sqrt{\frac{2-2\nu}{1-2\nu}} \;.$$

Finálně pro součinitel strukturní pevnosti platí

$$m = \frac{\sigma_z^*(0,H)}{\gamma(h+H)}.$$

Tento může nanejvýš dosáhnout hodnoty jedna

$$m \leq 1.$$

Výše popsané skutečnosti jsou obsaženy v jednoduchém programu, který je volně ke stažení na www.stavarina.cz a je určen široké inženýrské praxi.